

團體解題答案卷 解答

得 分	
--------	--

作答時間為 30 分鐘，剩最後 5 分鐘及 1 分鐘時，分別會響一聲及兩聲短鈴提醒同學，時間到時則響長鈴。當長鈴鈴聲響畢後請同學停止作答，靜待監試老師收回答案卷。

一 (8 分)	$\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$
二 (8 分)	$\frac{7\sqrt{3}}{2}$
三 (10 分)	$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$
四 (10 分)	$\frac{1}{2}$
五 (12 分)	(161,9)
六 (12 分)	$\frac{1}{6}$

組別 _____

請將你們的答案寫在答案卷上

團體解題

作答時間為 30 分鐘，剩最後 5 分鐘及 1 分鐘時，分別會響一聲及兩聲短鈴提醒同學，時間到時則響長鈴。當長鈴鈴聲響畢後請同學停止作答，靜待監試老師收回答案卷。

團體解題第一題 (8 分)

已知函數 $f(x) = -2x^2 + 4x - 1$ 。

若 $a > b > 0$ ，而且當 $x \in [b, a]$ 時， $\frac{1}{a} \leq f(x) \leq \frac{1}{b}$ ，

則 $a + b = \mathbf{【 \quad \quad \quad 】}$ 。

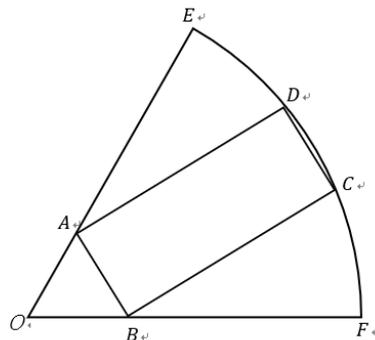
團體解題第二題 (8分)

$\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 14$ ，點 M 是 \overline{BC} 的中點， $\angle BAM = 120^\circ$ 且 $\angle CAM = 30^\circ$

求 $\triangle CAM$ 的面積為【 】。

團體解題第三題 (10分)

已知扇形 EOF 的圓心角 $\angle EOF$ 為 60° ， $\overline{OE} = 1$ 。矩形 $ABCD$ 的四個點皆落在扇形的邊上 (如圖所示)。試問，當矩形 $ABCD$ 面積為最大值時， $\overline{AB} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。



團體解題第四題 (10分)

坐標平面上，在以 $O(0,0), A(0,1), B(1,1), C(1,0)$ 為頂點的正方形 (含邊界)

內，令 R 為滿足下述條件的點 $P(x,y)$ 所成區域：

「與點 $P(x,y)$ 的距離為 $\min(x,y)$ (取 x 和 y 當中較小的值) 之所有點所成圖形完全落在正方形 $OABC$ (含邊界) 內。」

則區域 R 的面積為【 】。

團體解題第五題 (12 分)

若 n 為自然數，函數 $f(n)$ 定義如下：

$$f(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ f\left(\frac{n}{3}\right) & n \text{ 為 } 3 \text{ 的倍數} \\ f(n-1) + 1 & n \text{ 不為 } 3 \text{ 的倍數} \end{cases}$$

當 $n \leq 200$ 時，求 n ，使得 $f(n)$ 有最大值 M 。

則數對 $(n, M) = \mathbf{【 \quad \quad \quad 】}$ 。

團體解題第六題 (12分)

一數列 $\langle a_n \rangle$ 有 8 項，已知

(1) 任取兩項相加之總和為 42，即

$$(a_1 + a_2) + (a_1 + a_3) + \cdots + (a_7 + a_8) = 42$$

$$(2) \sum_{k=1}^8 \frac{a_k^2}{k} = a_1^2 + \frac{a_2^2}{2} + \cdots + \frac{a_8^2}{8} = 1$$

則此數列首項 $a_1 = \mathbf{【 \quad \quad \quad 】}$ 。