

臺北市立大同高級中學 115 學年度第 1 次教師甄選初選【高中數學科】試題卷

一、填充題(每題 6 分)

1. 給定一個整係數三次多項式函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，已知 $f(0) = 0$ ， $f(2) = 2$ ， $420 \leq f(6) \leq 460$ ，則 $f(1) =$ 【 】

Ans: -12

2. 坐標平面上橢圓 Γ ，長軸在 x 軸，短軸在 y 軸，對原點逆時針旋轉 θ 角後得新橢圓 Γ' : $29x^2 - 24xy + 36y^2 = 180$ ， $(\frac{12}{5}, \frac{9}{5})$ 為新橢圓長軸頂點之一，若橢圓 Γ 上點 P 經此旋轉後的新點 P' 落在正向 y 軸上，點 P 坐標為【 】

Ans: $(\frac{3\sqrt{5}}{5}, \frac{4\sqrt{5}}{5})$

3. 有一枚不均匀硬幣，正面機率為 $\frac{2}{3}$ ，反面機率為 $\frac{1}{3}$ ，若擲 100 次這枚不均匀硬幣，正面次數為偶數的機率為 $\frac{1+b^{100}}{a}$ ，數對 (a, b) 為【 】

Ans: $(2, \frac{1}{3})$

4. 在複數平面上，複數 z 在第一象限， $|z| = 5$ 且 $|\frac{-7}{5} + \frac{24}{5}i - z^3| = |\frac{-7}{5} + \frac{24}{5}i - z|$ ，則複數 $z =$ 【 】

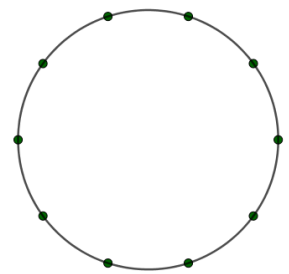
Ans: $3 + 4i$

5. p 為正整數， $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^p + 2^p + \dots + n^p}{n^{p+1}} =$ 【 】

Ans: $\frac{1}{p+1}$

6. 圓周上 10 等分點，任意選取 4 個等分點圍成四邊形，每一點被選取機會均等，則所圍四邊形至少有一個角是直角的機率為【 】

Ans: $\frac{1}{3}$



7. $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數，則 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{[\sqrt{n}]}} =$ 【 】

Ans: 5

8. 平面上點 P 到正 $\triangle ABC$ 各頂點距離分別是 3、5、7，此正 $\triangle ABC$ 面積為【 】

Ans: $\frac{19}{4}\sqrt{3}$ 或 $16\sqrt{3}$

二、計算題(52 分)

1. 高中數學題目：

(1) 袋中有紅球 3 顆、白球 2 顆，每球被抽到的機會均等。從袋中抽出 2 顆球，令隨機變數 X 為抽出紅球顆數，求隨機變數 X 的期望值。

(2) 袋中有紅球 3 顆、白球 2 顆，每球被抽到的機會均等。每次從袋中抽出 1 顆球，取後不放回，抽 2 次，令隨機變數 X 為抽出紅球顆數，求隨機變數 X 的期望值。

學生作法：

