

第 18 屆榕數盃數學競賽解答

第一階段：小試身手

每題 5 分，合計 25 分

1	6
2	$\frac{4}{5}$
3	15
4	212
5	$\frac{27}{10}$

第一階段：團體解題

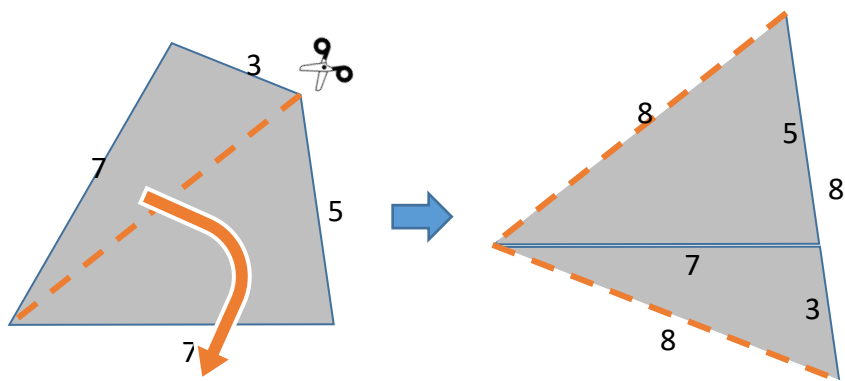
合計 60 分

一 (8 分)	$\frac{8}{9}$
二 (8 分)	89
三 (10 分)	(5,70)
四 (10 分)	(-1,1)
五 (12 分)	<u>16</u> 號洞穴；最小值 <u>4936</u>
六 (12 分)	3960

第三階段：實作題

合計 15 分

問題① 剪法：(5 分)



問題② (黏對 5 分，最大值面積 5 分)

本問題相當於求 $\Delta PBE + \Delta PFC$ 的面積最大而
 $\Delta PBE + \Delta PFC$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin \theta_1 + \frac{1}{2} \times 7 \times 7 \times \sin \theta_2 \quad \text{其中 } \theta_1, \theta_2 > 0 \text{ 且 } \theta_1 + \theta_2 = 180^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin \theta_1 + \frac{1}{2} \times 7 \times 7 \times \sin(180^\circ - \theta_1)$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin \theta_1 + \frac{1}{2} \times 7 \times 7 \times \sin \theta_1$$

$$= 32 \times \sin \theta_1$$

所以，當 $\theta_1 = 90^\circ = \theta_2$ 時，

$\Delta PBE + \Delta PFC$

面積會有最大 32

故凸四邊形面積最大值為

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 + 32 = 32 + 16\sqrt{3}$$

